

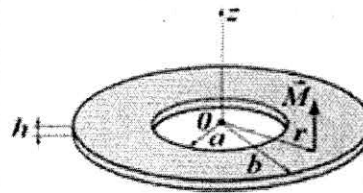
U cilindricnom koordinatnom sistemu

$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial (A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} (A_\phi r) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

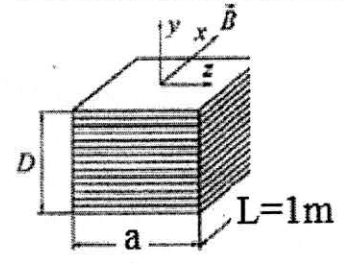
Konstante $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$. Dielektricna cvrstina vazduha $\epsilon_c = 30 \text{ kV/cm}$. Integrali

$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2+a^2}), \quad \int \frac{dx}{x^2+a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}, \quad \int \frac{dx}{(x^2+a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2+a^2}}, \quad \int \operatorname{arctg} \frac{a}{x} dx = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{x} + a \ln \sqrt{a^2+x^2}.$$

Zadaci 1. U tankom disku debljine $h=2\text{mm}$ od feromagnetskog materijala, prikazanom na slici 1, postoji zaostala magnetizacija $\vec{M} = M_0 r \vec{i}_z$. $M_0 = 900 \text{ kA/m}$. Disk se nalazi u vazduhu. Odredite a) zapreminsku gustinu Amperovih struja, b) površinsku gustinu Amperovih struja. c) Odredite vektor \mathbf{H} i vektor \mathbf{B} u tački \mathbf{O} .



Sl.1.

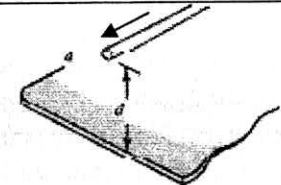


Sl.2.

2. Jedan od feromagnetskih limova sa slike 2 je debljine $d=2\text{mm}$, širine $a=50\text{cm}$ i dužine 1m . Limovi su izloženi promenljivoj homogenom magnetskom polju indukcije $B_x = 2 \cos 314t \text{ (T)}$, kao što je prikazano na slici. Nacrtajte linije indukovano električnog polja u jenom limu. Zanemarujući efekte krajeva, izračunajte: a) intenzitet, pravac i smer vektora jačine indukovano električnog polja, b) zapreminsku gustinu Džulovih gubitaka u limu, c) srednju snagu toplotnih gubitaka u paketu od $N=15$ limova. Specifična provodnost limova iznosi $\sigma_{Fe} = 10^6 \text{ S/m}$.

Pitanja 1.

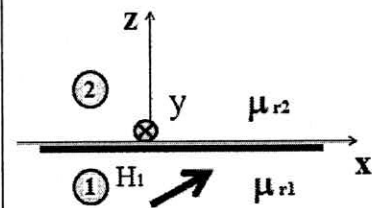
Izračunajte podužnu magnetsku silu na beskonačan ravan tanak provodnik poluprečnika $a=1\text{mm}$, sa strujom $I=10\text{A}$, postavljen 10cm iznad beskonačnog feromagnetskog bloka velike permeabilnosti. Nacrtajte novu sliku koristeći teoremu likova..



2. Odredite provodnost-odvodnost po jedinici dužine dvožičnog voda, koji se nalazi u zemljištu specifične provodnosti $\sigma = 10 \mu\text{S/m}$. Poluprečnici provodnika voda su isti, $a=1\text{cm}$, a rastojanje između njih iznosi $d=50\text{cm}$. Napon između provodnika iznosi 10kV . Izračunajte struju curenja kroz zemljište. Nacrtajte sliku.

3. a) Izračunajte podužnu induktivnost unutrašnjeg provodnika koaksijalnog kabla. b) Izračunajte spoljašnju podužnu induktivnost koaksijalnog kabla. Provodnici kabla su načinjeni od bakra i imaju karakteristične poluprečnike $a=1\text{cm}$ i $b=3\text{cm}$.

4. Na slici je prikazan poprečni presek dve različite sredine. Sredina 1 je feromagnetik relativne permeabilnosti $\mu_{r1} = 50$, a sredina 2 vazduh. Da li na površini feromagnetika postoje slobodne struje, ako je u prvoj sredini $\vec{H}_1 = (2\vec{i}_x + 2\vec{i}_z)(A/m)$, a u drugoj $\vec{H}_2 = (8\vec{i}_x + 100\vec{i}_z)(A/m)$? Koristeći granične uslove, izračunajte površinsku gustinu ove struje i naznačite njihov pravac i smer na slici.



5.A a) Izrazite vektor električnog polja $\vec{E}_z = 100 \cos(10^8 t - 0.4y + 10^\circ) \vec{i}_z$, ravnog TEM talasa, kao fazor. b) Izračunajte fazni koeficijent i relativnu permitivnost ove nemagnetske sredine. c) izračunajte amplitudu, fazu i odredite smer vektora $\vec{E}_\gamma = E_m \cos(10^8 t - 0.4y + \theta) \vec{i}_\gamma$ koji će sa vektorom pod a) formirati kružno polarizovan TEM talas. Koliki je Pointingov vektor novog talasa?

5.B Specifična provodnost bakra iznosi $\sigma_{Cu} = 5.7 \cdot 10^7 \text{ S/m}$. Na površini beskonačnog bloka od bakra nacrtajte x, y, z osu u Dekartovom koordinatnom sistemu. Poznat je vektor gustine struje na površini bakra, $\vec{J}_z(t) = 10\sqrt{2} \cos 1000t (A/m^2)$ i vektor magnetske indukcije $\vec{B}_x(t) = 0.5 \cos(1000t - \pi/4) (\mu\text{T})$. Izračunajte Pointingov vektor na površini bakra. Navedite jedinicu. U kom smeru se transportuje energija? Izračunajte dubinu prodiranja i površinsku otpornost za bakar. Odredite amplitudu vektora gustine struje u bakru, na dubini jednako dubini prodiranja.

U cilindricnom koordinatnom sistemu

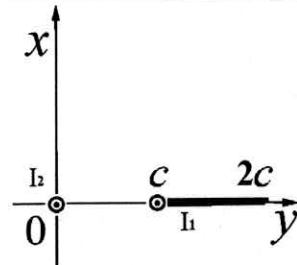
$$\operatorname{div} \mathbf{A} = \frac{1}{r} \frac{\partial(A_r r)}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial A_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial A_z}{\partial z}, \quad \operatorname{rot} \mathbf{A} = \left(\frac{1}{r} \frac{\partial A_z}{\partial \phi} - \frac{\partial A_\phi}{\partial z} \right) \mathbf{i}_r + \left(\frac{\partial A_r}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial r} \right) \mathbf{i}_\phi + \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r}(A_\phi r) - \frac{\partial A_r}{\partial \phi} \right) \mathbf{i}_z.$$

Permitivnost i permeabilnost vazduha iznose $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F/m}$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ H/m}$. Dielektricna cvrstina vazduha $\epsilon_c = 30 \text{ kV/cm}$. Integrali

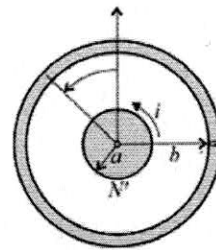
$$\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \ln(x + \sqrt{x^2 + a^2}), \quad \int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \operatorname{arctg} \frac{x}{a}, \quad \int \frac{dx}{(x^2 + a^2)^{3/2}} = \frac{x}{a^2 \sqrt{x^2 + a^2}}, \quad \int \operatorname{arctg} \frac{a}{x} dx = x \cdot \operatorname{arctg} \frac{a}{x} + a \ln \sqrt{a^2 + x^2}.$$

Zadaci

1. Na slici 1 je prikazan poprečni presek sistema koji čini tanka provodna traka sa strujom $I_1 = 20 \text{ A}$ i beskonačna tanka žica sa strujom $I_2 = 10 \text{ A}$. Odredite magnetsku silu po jedinici dužine kojom trakasti provodnik deluje na linijski provodnik. Sistem se nalazi u vazduhu. Obe struje su orijentisane ka vama. Širina trake $c = 10 \text{ cm}$.



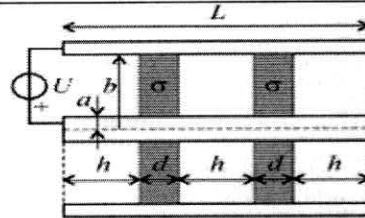
Sl.1.



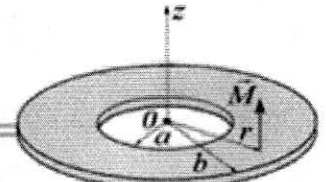
Sl.2.

2. Veoma dug solenoid, kružnog poprečnog preseka kao na slici 2, poluprečnika $a = 1 \text{ cm}$, sa $N' = 1000$ zavoja/m, nalazi se u vazduhu. U zavojcima postoji struja $i(t) = 3 \cos 3140t \text{ (A)}$. Oko solenoida, koaksijalno sa njim, je postavljena bakarna cev dužine $l = 20 \text{ cm}$, poluprečnika $b = 2a$, debljine zida $d = 5 \text{ mm}$. Specifična provodnost bakra $\sigma = 5 \cdot 10^7 \text{ S/m}$. Zanemarujući efekat blizine (uticaj EM polja indukovanih struja), odredite a) vektor gustine indukovane struje u cevi, b) srednju snagu Džulovih gubitaka u njoj.

Pitanja 1. Za vazdušni koaksijalni kabel dužine $L = 1 \text{ m}$, čiji je poprečni presek prikazan na slici 3, i čiji provodnici imaju poluprečnike $a = 2 \text{ cm}$ i $b = 5 \text{ cm}$, odredite odvodnost G . Dva segmenta kabla dužine od po $d = 15 \text{ cm}$ su ispunjeni dielektrikom provodnosti $\sigma \approx 20 \mu\text{S/m}$, a vazduh je neprovodan. Ako je kabel priključen na napon $U = 12 \text{ kV}$, odredite struju curenja dielektrika.



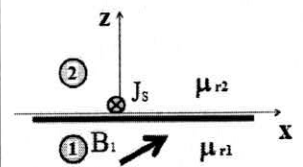
Sl.3.



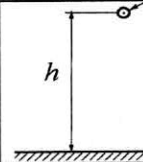
Sl.4.

2. U tankom disku debljine $h = 2 \text{ mm}$ od feromagnetskog materijala, prikazanom na slici 4, postoji konstantna zaostala magnetizacija $\vec{M} = M_0 \vec{i}_z$. $M_0 = 900 \text{ kA/m}$. Disk se nalazi u vazduhu. Odredite a) zapreminsku gustinu Amperovih struja, b) površinsku gustinu Amperovih struja. Nacrtajte ih na slici.

3. Beskonačni strujni plašt, sa strujom površinske gustine $\vec{J}_s = \left(\frac{2}{\mu_0} \vec{i}_y \right) (\text{A/m})$, na mestu $z = 0$, razdvaja dve sredine. Sredina 1, permeabilnosti $\mu_{r1} = 15$ leži gde je $z < 0$. Sredina 2 permeabilnosti $\mu_{r2} = 1$, leži gde je $z > 0$. U sredini 1, vektor magnetske indukcije iznosi $\vec{B}_1 = (2,5 \vec{i}_y + 0,5 \vec{i}_z) (\text{T})$. Koristeći granicne uslove izračunajte vektor magnetske indukcije u sredini 2.



4. Na visini $h = 5 \text{ m}$ iznad beskonačne ravne savršeno provodne zemlje u vazduhu se nalazi provodnik sa strujom $i(t) = 2 \cos 314t \text{ (A)}$ referentnog smera ka vama. Odredite podužnu induktivnost ovog sistema. Poluprečnik provodnika iznosi $a = 2 \text{ cm}$.



5.A a) U velikoj pravougaonoj neprovodnoj sredini je poznat vektor jačine električnog polja $\vec{E}_z = 100 \cos(10^8 t - 0,5y + 30^\circ) \vec{i}_z$. Izračunajte vektor jačine magnetskog polja koje ga prati, Pointingov vektor i relativnu permitivnost nemagnetske sredine. b) Izračunajte amplitudu, fazu i odredite smer vektora $\vec{E}_\gamma = E_m \cos(10^8 t - 0,5y + \theta) \vec{i}_\gamma$ koji će sa vektorom pod a) formirati kružno polarizovan TEM talas. Odredite Pointingov vektor i za polje pod b). c) Da li se Pointingovi vektori pod a) i b) smeju sabrati? Ako smeju, izračunajte zbir.

5.B Vrlo dug šupalj bakarni cilindar sa slike, poluprečnika $a = 10 \text{ cm}$ i debljine zida $d = 10 \text{ mm}$, specifične provodnosti $\sigma = 6 \cdot 10^7 \text{ S/m}$ se nalazi u homogenom sporo promenljivom magnetskom polju koje je normalno na osu cilindra. Intenzitet vektora magnetske indukcije se menja kao $B(t) = 2 \cos 314t (\text{T})$. Izračunajte raspodelu struja indukovanih u zidu cilindra. Da li je ona uniformna? Na poprečnom preseku cilindra nacrtajte i označite zvezdicom mesto najvećeg intenziteta indukovane struje.

